الأعداد و الحساب

السّنة الدّراسيّة 2009 - 2010

المجموعات الأساسيّة للأعداد

❖ مجموعة الأعداد **الصّحيحة الطّبيعيّة** $\mathbb{N}=\{0;1;2;3;...\}$

❖ مجموعة الأعداد **الصّحيحة النّسبيّة** $\mathbb{Z}=\{...;-3;-2;-1;0;1;2;3;...\}$

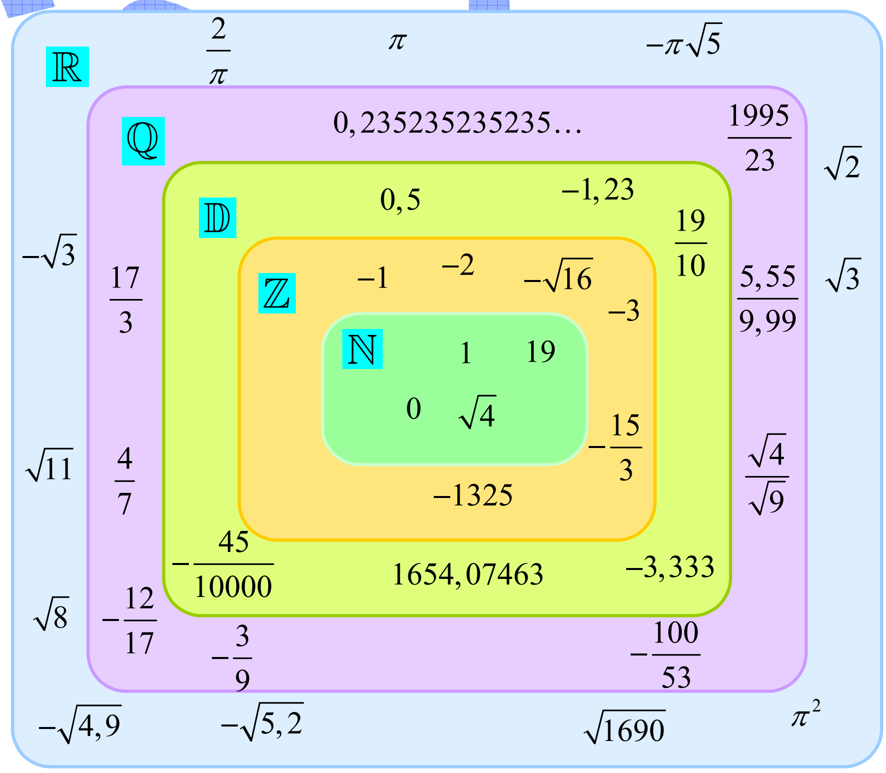
❖ مجموعة الأعداد **النّاطقة** $\mathbb{Q}=\left\{\frac{p}{q}/p\in\mathbb{Z}\text{ و }q\in\mathbb{Z}^*\right\}$

❖ مجموعة الأعداد **العشريّة** $\mathbb{D}=\left\{\frac{p}{10^n}/p\in\mathbb{Z}\text{ و }n\in\mathbb{N}\right\}$

❖ مجموعة الأعداد **الحقيقيّة**، نرمز إليها بـ : $\mathbb{R}$ هي المجموعة التي تشمل الأعداد **النّاطقة** والأعداد **الصّمّاء**.

❖ كلّ عدد حقيقي غير ناطق يسمّى **عددا أصمّا** مثل : $(\sqrt{2},\sqrt{3},\pi,...)$.

مقارنة مجموعات الأعداد : $\boxed{\mathbb{N}\subset\mathbb{Z}\subset\mathbb{D}\subset\mathbb{Q}\subset\mathbb{R}}$



القوى الصّحيحة

تعريف

a عدد حقيقي كيفي وَ n عدد طبيعي غير معدوم.

نسمّي **القوّة ذات الرّتبة** n للعدد الحقيقي a ، العدد a^n حيث : $\boxed{a^n = \underbrace{a \times a \times \cdots \times a}_{n \text{ عاملا}}}$.

لكلّ عدد حقيقي a **غير معدوم** وَ n عدد طبيعي **غير معدوم** ، $\boxed{a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}}$

اصطلاحا : لكلّ عدد حقيقي a **غير معدوم** : $\boxed{a^0 = 1}$

خواص

a وَ b عددان حقيقيان غير معدومين، m وَ n عددان صحيحان نسبيان.

$\boxed{a^m \times a^n = a^{m+n}}$ ؛ $\boxed{(a^m)^n = a^{m \times n}}$ ؛ $\boxed{\dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}}$ ؛ $\boxed{(a \times b)^m = a^m \times b^m}$ ؛ $\boxed{\left(\dfrac{a}{b}\right)^m = \dfrac{a^m}{b^m}}$

حالات خاصّة

لكلّ عدد طبيعي n :

- إذا كان n زوجيّا فإنّ $(-1)^n = 1$
- إذا كان n فرديّا فإنّ $(-1)^n = -1$

أمثلة :

$3^5 \times 3^{-2} = 3^{5+(-2)} = 3^3$ ؛ $(5^2)^7 = 5^{2\times 7} = 5^{14}$ ؛ $\dfrac{4^5}{4^{-2}} = 4^{5-(-2)} = 4^{5+2} = 4^7$ ؛ $(3\times 8)^5 = 3^5 \times 8^5$ ؛

$\left(\dfrac{3}{5}\right)^6 = \dfrac{3^6}{5^6}$ ؛ $(-5)^4 = +5^4$ ؛ $(-5)^7 = -5^7$

الجذور التّربيعيّة

تعريف

a عدد حقيقي **موجب**.
نسمّي الجذر التّربيعي للعدد الحقيقي a، العدد الحقيقي **الموجب** الذي مربّعه يساوي a.
نرمز له بـ $\sqrt{a}$

خواص

لكلّ $a \geq 0$ ، $\boxed{\sqrt{a} \geq 0}$ وَ $\boxed{\left(\sqrt{a}\right)^2 = a}$

لكلّ $a \geq 0$ وَ $b \geq 0$ ، $\boxed{\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}}$

لكلّ $a \geq 0$ وَ $b > 0$ ، $\boxed{\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}}$

تنبيه : على العموم $\boxed{\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}}$

أمثلة :

$\left(\sqrt{5}\right)^2 = 5$ ؛ $\sqrt{5 \times 9} = \sqrt{5} \times \sqrt{9} = 3 \times \sqrt{5}$ ؛ $\sqrt{\frac{4}{100}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{100}} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$.

مدوّر عدد حقيقي

تعريف

A عدد حقيقي مكتوب في شكله العشري، وليكن d رقمه العشري ذو الرتبة p .

نسمّي مُدوّر A إلى 10^{-p} العدد الذي نحصل عليه كما يلي:

- إذا كان $d \geq 5$ ، نأخذ العدد بأرقامه العشرية إلى الرقم العشري الذي رتبته p ، ونضيف 1 إلى هذا الرقم.
- إذا كان $d < 5$ ، نأخذ العدد بأرقامه العشرية إلى الرقم العشري الذي رتبته p .

أمثلة :

العدد	$\pi = 3,14159265\ldots$	$\sqrt{5} = 2,236067977\ldots$	$\frac{40}{7} = 5,71428571\ldots$
المدوّر إلى الوحدة	3	2	6
المدوّر إلى 10^{-2}	3,14	2,24	5,71
المدوّر إلى 10^{-5}	3,14159	2,23607	5,71429

الكتابة العلميّة

تعريف

كتابة عدد عشري غير معدوم على **الشّكل العلمي** تعني التّعبير عنه على الشّكل

$a \times 10^n$ أو $-a \times 10^n$

حيث a عدد عشري يحقق $1 \leq a < 10$ و n عدد صحيح نسبي.

أمثلة :

العدد	4510000	231,415	$-2015,6 \times 10^{-5}$
الكتابة العلميّة	451×10^4	$2,31415 \times 10^2$	$-2,0156 \times 10^3 \times 10^{-5} = -2,0156 \times 10^{-2}$

رتبة مقدار عدد

تعريف

رتبة مقدار عدد عشري **مكتوب على الشّكل العلمي** $a \times 10^n$ أو $(-a \times 10^n)$

هو العدد $k \times 10^n$ أو $(-k \times 10^n)$ حيث k هو **المدوّر إلى الوحدة** للعدد a.

أمثلة :

العدد	25,036	0,0849	$-583,6032 \times 10^{-5}$
الكتابة العلميّة	$2,5036 \times 10$	$8,49 \times 10^{-2}$	$-5,836032 \times 10^{-3}$
رتبة مقدار	3×10	8×10^{-2}	-6×10^{-3}

الأعداد الأوّليّة

تعريف

العدد الطّبيعي p أوّليّ إذا وفقط إذا قبل **قاسمين مختلفين** بالضّبط هما : **1** و ***p*** (نفسه).

⊙ **مجموعة قواسم العدد الأولي** p هي إذن : $D_p = \{1; p\}$

مبرهنة

كلّ عدد طبيعي غير أوّلي وأكبر من 1 يُكتَب على شكل جداء أعداد أوّليّة.

اختبار أوليّة عدد طبيعي

طريقة

للتّعرّف على أوّليّة عدد :
نختبر قابليّة قسمة هذا العدد على كلّ من الأعداد الأوّليّة حسب ترتيبها التّصاعدي باستعمال قواعد قابليّة القسمة على هذه الأعداد.
- إذا قبل القسمة على أحد الأعداد السّابقة فإنّه ليس أوّليّا،
- وإذا لم يقبل القسمة نواصل اختبار قسمة العدد على الأعداد الأوّليّة الموالية ونتوقف عند أوّل حاصل القسمة النّاتج أصغر أو يساوي القاسم.